

## APRESENTAÇÃO

### Olá, Estudante!

Como você está? Esperamos que você esteja bem! Lembre-se que, mesmo diante dos impactos da COVID-19, preparamos mais um material, bem especial, para auxiliá-lo neste momento de distanciamento social e assim mantermos a rotina de seus estudos em casa.

Então, aceite as **“Pílulas de Aprendizagem”**, um material especialmente preparado para você! Tome em doses diárias, pois, sem dúvida, elas irão contribuir para seu fortalecimento, adquirindo e produzindo novos saberes.

Aqui você encontrará atividades elaboradas com base na seleção de conteúdos prioritários e indispensáveis para sua formação. Assim, serão aqui apresentados novos textos de apoio, relação de exercícios com gabaritos comentados, bem como dicas de videoaulas, sites, jogos, documentários, dentre outros recursos pedagógicos, visando, cada vez mais, à ampliação do seu conhecimento.

As **“Pílulas de Aprendizagem”** estão organizadas, nesta **sexta semana**, com os componentes curriculares: **Matemática, Geografia, Biologia, Arte, Inglês, Iniciação Científica e Química**. Vamos lá!?

Como neste ano estamos comemorando o **Aniversário de 120 anos de Anísio Teixeira**, você também conhecerá um pouco da grande contribuição que este baiano deu à educação brasileira. A cada semana apresentaremos um pouco de sua história de vida e legado educacional, evidenciando frases emblemáticas deste grande educador.

Nós já sabemos que foi Anísio Teixeira quem criou a escola pública em todos os níveis, desde a educação infantil até o superior. Para ele o ato de aprender não se reduzia ao simples ato de memorização de conteúdos.

Assim, a nossa “pílula anisiana” é:

**“Só aprendemos quando assimilamos uma coisa de tal jeito que, chegado o momento oportuno, sabemos agir de acordo com o aprendido.” (ANÍSIO TEIXEIRA).**

Você curtiu conhecer um pouco da vida de Anísio Teixeira? Semana que vem, traremos outras curiosidades.

Agora, procure um espaço sossegado para realizar suas atividades. Embarque neste novo desafio e bons estudos!

Modalidade/oferta: Regular

Semana: VI

Componente Curricular: Matemática

Tema: Permutações com ou sem repetições

Objetivo(s): Calcular o número de permutação simples e permutações com elementos repetidos

Autores: Tailson Jeferson dos Santos, Cleber Costa e Marcele Bacelar

## I. VAMOS AO MOMENTO DA LEITURA!

### TEXTO

#### Permutações com ou sem repetições

**Permutação** é um dos assuntos discutidos na disciplina *Análise Combinatória* em Matemática. Por essa disciplina, afirma-se que tendo em mãos uma sequência ordenada qualquer com um número “n” de elementos distintos, qualquer outra sequência formada pelos mesmos “n” elementos reordenados é chamada de **permutação**. Desse modo, podemos dizer que, se A é uma permutação de B, então A e B são constituídos pelos mesmos elementos, mas ordenados de forma diferente.

De onde vêm as permutações? As permutações são casos isolados dos Arranjos Simples. Estes são agrupamentos ordenados de um conjunto A de elementos, de modo que os grupos possuem um número menor ou igual de elementos do que o conjunto A.

Dado o conjunto  $A = \{X, Y, Z\}$ , os conjuntos  $\{X, Y\}$ ,  $\{Y, X\}$ ,  $\{X, Z\}$  e  $\{Z, X\}$  compõem um **arranjo simples** dos elementos de A tomados 2 a 2, com o número de elementos de A é representado pela letra “n”. O *número de ordem*, ou *número de classe*, é “k”. Esse número é a quantidade de elementos de cada arranjo simples (no caso do exemplo, esse número é 2).

A lista com todos os arranjos simples dos três elementos de A tomados 3 a 3 é a seguinte:

**XYZ, XZY, ZXY, ZYX, YZX e YXZ**

Essa lista é justamente o caso particular dos arranjos que recebe o nome de permutação.

- **Cálculo de arranjos simples**

O número de arranjos simples de um conjunto A, que possui  $n$  elementos tomados  $k$  a  $k$ , pode ser calculado pela seguinte fórmula:

$$A_{n,k} = \frac{n!}{(n-k)!}$$

- **Definição de permutação**

Seja A um conjunto com  $n$  elementos distintos. Os **arranjos simples** desses elementos tomados  $n$  a  $n$  são chamados de **permutações simples** de A. Desse modo, para que seja uma permutação, é preciso que o número de ordem  $k$  seja igual ao número  $n$  de elementos de A. Resulta disso o seguinte cálculo:

$$A_{n,k} = \frac{n!}{(n-k)!}$$

$$A_{n,n} = \frac{n!}{0!}$$

$$A_{n,n} = \frac{n!}{(n-n)!}$$

$$A_{n,n} = \frac{n!}{1}$$

$$A_{n,n} = n!$$

Tomando a fórmula utilizada para arranjos simples e o número de ordem  $k = n$ , teremos:

A fórmula  $A_{n,n} = n!$  é utilizada para o cálculo do número de permutações dos elementos do conjunto A, geralmente denotado por  $P_n$ . Logo:  $P_n = A_{n,n} = n!$   $P_n = n!$

### Permutações com elementos repetidos

Um conjunto qualquer pode apresentar elementos repetidos. As **permutações** desse conjunto devem considerar a repetição desses elementos, pois, a ordem em que eles aparecem não importa, diferentemente da ordem dos outros elementos do conjunto. Se trocarmos de posição apenas as duas letras “A” na palavra AMAR, obteremos a mesma palavra. Palavras iguais não são **permutações**, por isso, essa repetição deve ser subtraída na fórmula para as permutações.

Para subtrair todas as repetições possíveis de elementos em uma **permutação com elementos repetidos**, devemos fazer o seguinte:

Seja A um conjunto com  $n$  elementos, dos quais  $k$  elementos repetem-se. A fórmula para o cálculo das permutações de A é:

$$P_n^k = \frac{n!}{k!}$$

Caso o conjunto A, com  $n$  elementos, possua  $k$  repetições de um elemento e  $j$  repetições de outro, o cálculo acontecerá da seguinte maneira:

$$P_n^{k,j} = \frac{n!}{k! \cdot j!}$$

Se um conjunto A, com  $n$  elementos, possui  $k$  repetições de um elemento,  $j$  repetições de outro, ... ,  $m$  repetições de outro, a fórmula assume a seguinte forma:

$$P_n^{k,j,\dots,m} = \frac{n!}{k! \cdot j! \cdot \dots \cdot m!}$$

Disponível em: <https://brasilescola.uol.com.br/o-que-e/matematica/o-que-e-permutacao.htm>. Acesso em: 25 set. 2020. (Adaptado)

## II. AGORA, VAMOS AO MOMENTO DA RETOMADA DAS ATIVIDADES?

### Explorando o texto!

01. Calcule o número de permutações das letras da palavra AMOR.

Disponível em: <https://brasilescola.uol.com.br/o-que-e/matematica/o-que-e-permutacao.htm#>. Acesso em: 25 set. 2020.

02. Calcule o número de anagramas da palavra ANTONIA.

Disponível em: <https://brasilescola.uol.com.br/o-que-e/matematica/o-que-e-permutacao.htm#>. Acesso em: 25 set. 2020.

### Vamos continuar praticando!

03. Em uma sala há 8 professores de matemática, 10 de português e 4 de Biologia. Queremos formar grupos de dois professores de cada matéria. De quantas maneiras distintas podemos organizar esses grupos?

a) 100                                      b) 200                                      c) 180                                      d) 152                                      e) 205

Disponível em: <https://exercicios.mundoeducacao.uol.com.br/exercicios-matematica/exercicios-sobre-permutacao-elementos-distintos.htm>. Acesso em: 25 set. 2020.

04. Quantos números de dois algarismos distintos podem formar com os dígitos: 2, 4, 6 e 8?

- a) 15                      b) 10                      c) 12                      d) 18                      e) 20

Disponível em: <https://exercicios.mundoeducacao.uol.com.br/exercicios-matematica/exercicios-sobre-permutacao-elementos-distintos.htm>. Acesso em: 25 set. 2020.

### III. ONDE POSSO ENCONTRAR O CONTEÚDO?

- **Livro didático de Matemática adotado pela Unidade Escolar.**
- **Sugestão de vídeos sobre o conteúdo trabalhado:**

**Permutação Simples e Permutação com Repetição.** Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=65J9gnjohkQ>. Acesso em: 25 set. 2020.

**Permutação com repetição.** Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=JiW2Oyjx-CE>. Acesso em: 25 set. 2020.

- **Para saber mais acesse o link:**

**Exercícios sobre permutação.** Disponível em: <https://exercicios.brasilecola.uol.com.br/exercicios-matematica/exercicios-sobre-permutacao-simples.htm>. Acesso em: 27 set. 2020.

#### IV. GABARITO COMENTADO

### GABARITO COMENTADO

**Questão 01.** Observe que a palavra AMOR tem 4 elementos distintos. Para calcular o número de permutações dessa palavra, utilizaremos a fórmula:  $P_n = n!$

$$P_4 = 4! \quad P_4 = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \quad P_4 = 24$$

Portanto, é possível formar 24 permutações diferentes das letras da palavra AMOR. As permutações de palavras também são chamadas de anagramas. Disponível em: <https://brasilecola.uol.com.br/o-que-e/matematica/o-que-e-permutacao.htm#>. Acesso em: 25 set. 2020.

**Questão 02.** Para resolver o exemplo, basta calcular as permutações com elementos repetidos da palavra ANTONIA. Tanto a letra A quanto a letra N repetem-se 2 vezes. Observe:

$$\begin{aligned} 7_7^{2,2} &= \frac{7!}{2!2!} \\ 7_7^{2,2} &= \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1!}{2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1} \\ 7_7^{2,2} &= \frac{5040}{4} \\ 7_7^{2,2} &= 1260 \end{aligned}$$

Disponível em: <https://brasilecola.uol.com.br/o-que-e/matematica/o-que-e-permutacao.htm#>. Acesso em: 25 set. 2020.

**Questão 03.** Alternativa: d.

Temos as seguintes possibilidades:

1 Mat. x 1 Biologia	1 Mat. x 1 Português	1 Mat. x 1 Biologia	Somando
8 x 4	8 x 10	10 x 4	32+ 80+40
32 possibilidades	80 possibilidades	40 possibilidades	152 possibilidades

Disponível em: <https://exercicios.mundoeducacao.uol.com.br/exercicios-matematica/exercicios-sobre-permutacao-elementos-distintos.htm>. Acesso em: 25 set. 2020.

**Questão 04.** Alternativa: c.

Já que os algarismos devem ser distintos, tem-se:

4 possibilidades para as dezenas; 3 possibilidades para as unidades

Usando o princípio multiplicativo, temos:

$$4 \cdot 3 = 12 \text{ possibilidades}$$

Disponível em: <https://exercicios.mundoeducacao.uol.com.br/exercicios-matematica/exercicios-sobre-permutacao-elementos-distintos.htm>. Acesso em: 25 set. 2020.